

Introducción

El primer viernes de octubre de cada año, el Concurso IndalMat de resolución de problemas de matemáticas, suele reunir en la Universidad de Almería a varios centenares de estudiantes de Bachillerato y 4º de ESO de una gran variedad de centros educativos de toda la provincia de Almería.

Aunque la primera edición del Concurso IndalMat se celebró en el año 2015, ya llevaban en marcha, desde algunos años antes, las jornadas de preparación para la Olimpiada de Matemáticas de la RSME. Fue en una reunión del profesorado implicado en dicha preparación donde se pensó en este Concurso como una presentación más formal de las sesiones de dicha preparación, a la vez que se animaba a los estudiantes a enfrentarse a la resolución de verdaderos problemas de matemáticas, en los cuales debían poner en juego todos los conocimientos sobre la materia, pero aún más allá, se les animaba a tirar de su inventiva, su razonamiento lógico y su afán por superar retos presentados en 20 problemas que requerían algo más que un simple copiar y pegar de otro ejercicio resuelto en clase.

La historia de las Olimpiadas Matemáticas Españolas organizadas por la Real Sociedad de Matemáticas Española, se remontan al año 1964 y nuestra Universidad de Almería, desde su creación en 1993, viene participando en ellas. Sin embargo, los resultados obtenidos a nivel nacional por nuestros campeones a nivel local eran muy pobres. Y muchos profesores de institutos, con algunos estudiantes brillantes, demandaban una colaboración para compartir trabajo y que este llegase al mayor número de estudiantes.

En torno a 2012 esta inició una serie de sesiones de preparación los sábados por la mañana en la Universidad de Almería. Con mucha ilusión y pocos medios nos reuníamos, un par de sábados antes de la fase local, para desmenuzar algunos ejercicios propuestos en anteriores fases de la Olimpiada. Pero no

fue hasta que nos coordinamos a través de un Grupo de Innovación Docente que daba soporte a esa sinergia de colaboración entre centros docentes y la Universidad, cuando los esfuerzos empezaron a dar sus frutos.

Dentro de las reuniones de dicho grupo, coordinadas por Enrique de Amo con la colaboración comprometida de David Llena y David Crespo, se vio la posibilidad de lanzar este concurso IndalMat de resolución de problemas matemáticos a nivel de Bachillerato porque, es cierto que a niveles inferiores sí que existían los concursos de la Sociedad Andaluza Thales, pero se acababan en 2º de la ESO e IndalMat pretendía cubrir ese hueco. Además era un primer test para que los alumnos que ya habían brillado en aquellos concursos, u otros nuevos aspirantes, pudiesen enfrentarse a unos problemas de mayor dificultad y así hacer una aproximación a este tipo de ejercicios.

Así pues, el libreto que se repartía a los estudiantes el día del concurso a primeros de octubre, no solo llevaba en su interior las preguntas del concurso sino que en su contraportada se les detallaba el calendario de fechas y temas para la preparación de la fase local de las Olimpiadas que se suele celebrar la tercera semana de enero.

Y no pudo tener mejor resultado nuestra apuesta. En 2017, el segundo curso de IndalMat, llegó la primera medalla a Almería, una plata obtenida en Alcalá de Henares, y no fue la única. Desde entonces, Almería ha conseguido 9 medallas: 4 de plata y 5 de bronce.

Después de 9 ediciones del Concurso (la pandemia nos privó de la edición de 2020) el concurso IndalMat se ha consolidado con unas cifras de más de 500 participantes de casi una cincuentena de centros de cada rincón de la provincia almeriense. Además contamos también con la colaboración de aquellos que fueron ganadores y brillantes participantes en otras ediciones, ahora pertrechados con tiza y diapositivas cuentan sus conocimientos y experiencias a los nuevos aspirantes. Álvaro Otero, Alberto Márquez y Juan Francisco Cuevas no solo derrochan generosidad y matemáticas en las sesiones de preparación, sino que su cercanía a los estudiantes les permite crear lazos de amistad que van haciendo crecer este proyecto.

Muchos otros docentes han dedicado parte de su tiempo en alguna de las sesiones de preparación de las olimpiadas en este tiempo que se llevan haciendo, también ellos merecen un recuerdo cariñoso por su grano de arena aportado y que resulta imprescindible para llegar hasta donde hemos llegado. ¡Seguimos contando con vosotros!

En estos 9 años, además del Concurso, la jornada siempre se culminaba con la charla divulgativa de algún ponente de prestigio que animase a los más jóvenes a decantarse por este mundo tan abstracto y atrayente que son las matemáticas. Entre los que nos visitaron en estas Jornadas aparecen Clara Grima que abrió el camino, Raúl Ibáñez en dos ocasiones, Fernando Blasco, Ramón Esteban, Pedro Alegría o Eduardo Saenz de Cabezón que también estuvo con nosotros dos veces. A todos ellos muchas gracias por su aportación que ha sido muy importante para nosotros.

También es de justicia nombrar, en este repaso a la pequeña historia de nuestro concurso, el apoyo incondicional de la Universidad de Almería, la Facultad de Ciencias Experimentales y el Departamento de Matemáticas que desde siempre y en todo momento han apoyado esta idea con todo tipo de recursos tanto económicos como humanos. Desde el nivel de los centros educativos, el apoyo institucional de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía ha sido también clave en este proyecto, puesto que su labor de comunicación y difusión de las actividades hacia los centros ha conseguido dar a conocer el Concurso a todos los centros de la provincia. Y como tercera pata de este trípode de estamentos sociales que nos han apoyado, aparece con luz propia la Diputación de Almería que sustenta buena parte de los gastos de este proyecto y han estado con nosotros mostrando su apoyo desde que el Concurso era solo una idea de un pequeño grupo de profesores.

Desde estas páginas también queremos trasladar un agradecimiento especial a todos los compañeros del Departamento de Matemáticas, que cada año, desde su generosidad, han querido hacerse presentes el día de la prueba de IndalMat para echar una mano en todo el trabajo técnico que supone atender a tal número de estudiantes, desde su ubicación en las aulas, reparto del material, atención en las dudas... han sido esa ayuda oculta pero imprescindible para que todo discurriese sin fallos en cada concurso.

Y en este sentido, un recuerdo también muy especial a cada uno de los docentes de Secundaria y Bachillerato que han animado, preparado, acompañado a sus estudiantes en cada centro, cada año. De esta forma se convierten en el corazón y los brazos de este concurso. Son ellos los que ponen la semilla del pellizco matemático en cada muchacho, en cada muchacha, los que riegan esa semilla y los introducen en este maravilloso mundo que nos lleva a disfrutar buscando soluciones a los problemas.

No queremos olvidar a todos los matemáticos de la geografía española que compusieron alguno de los problemas que en este libro se proponen porque

bebemos todos de su fuente cada vez que un nuevo aspirante se enfrenta a alguna una de estas cuestiones.

Nuestro último recuerdo es para ese grupo de pioneros que soñaron que este proyecto se podía llevar a la realidad, gente apasionada de las matemáticas de Secundaria y Bachillerato como Caty Castillo en Cantoria, Violeta Ramos en Tíjola, José María Lirola en Almería, David Crespo en Dalías, Alejandro Sáez en Balerna o José Antonio Pérez en Tíjola y Adra, a los que se unieron José Antonio Tarifa, María Teresa García, José Francisco López, y desde la Universidad: Blas Torrecillas, Francisco Herrera, Manuel Cortés, Justo Peralta, y otros compañeros que se embarcaron un poco más tarde a este proyecto como Antonio Frías, Manuel Úbeda, Juan Francisco Mañas, Fernando Reche, ...

Todo ese trabajo se ha querido condensar en este libro que recoge los problemas resueltos de las nueve ediciones de IndalMat y que ha contado con la inestimable colaboración de varios estudiantes del Grado en matemáticas que de forma desinteresada han resuelto, tecleado y corregido los diferentes problemas de cada edición. Gracias Adrián, Álvaro, Avelina, Blas, Darío, Fran, Javier, Juan Francisco, Mario, Miguel, Raquel vuestros nombres ya forman parte de esta obra.

Como broche final desglosamos el listado de nuestros medallistas que seguramente irá en aumento con los años:

- 2017 Alcalá de Henares. Adrián Doña Mateo (Plata)
- 2018 Jaén. Javier López Miras (Bronce)
- 2019 Orense. Javier López Miras (Plata), Alberto Márquez Salido (Plata)
- 2020 (Telemático). Carlos Méndez Góngora (Bronce)
- 2021 (Telemático). Pedro Daureo Bretones (Bronce), Juan Francisco Cuevas Rodríguez (Bronce)
- 2023 León. Daniel Sánchez Lew (Bronce)
- 2024 Calatayud. Daniel Sánchez Lew (Plata)

Estructura del libro

En cada capítulo se detallan las preguntas de la correspondiente edición de IndalMat, para luego abordar la solución de todos los ejercicios propuestos. Se anima al lector a buscar su propia solución. Casi siempre en matemáticas hay varios caminos o estrategias que llevan al mismo fin. Más tarde estos razonamientos se podrán generalizar o usar para la resolución de más problemas.

Al final de cada capítulo se enumeran los ganadores de esa edición y escribimos una breve reseña sobre el divulgador que nos visitó en esa edición.

Grupo docente

Este libro recoge el esfuerzo de más de diez años de multitud de profesores de enseñanza secundaria y universitaria que crearon y llevaron a cabo el concurso IndalMat como preludio a las sesiones de preparación de las Olimpiadas Matemáticas de los últimos años y que tan buenos resultados dieron. Ahora gracias al apoyo del Grupo de Innovación Docente *Creación y desarrollo de materiales y recursos educativos de matemáticas olímpicas para estudiantes*, hemos podido plasmar en una obra escrita el fruto de ese trabajo.

Mencionar también a los integrantes del Grupo de Innovación Docente *Sinergias docentes en torno a las Olimpiadas de la RSME* que también se han implicado con su ánimo, apoyo y consejo para que esta obra saliera a la luz.

El grupo de Innovación docente *Creación y desarrollo de materiales y recursos educativos de matemáticas olímpicas para estudiantes* está compuesto por:

- José Fulgencio Gálvez Rodríguez
- Filipe Kelmer Alves
- David Llena Carrasco (coordinador)
- Justo Peralta López
- Ana María Sánchez González

Agradecimientos

- Universidad de Almería.
- Facultad de Ciencias Experimentales.
- Departamento de Matemáticas.
- Diputación de Almería.
- Consejería de educación de la Junta de Andalucía.
- Sociedad Andaluza de Enseñanza Matemática Thales.

I Concurso IndalMat

Elaborado por J.B. Fuentes Martín y D. Sánchez Fuentes

DESARROLLO DE LA JORNADA:

2 DE OCTUBRE DE 2015

09:30-10:00 h. ACOGIDA Y UBICACIÓN EN LAS AULAS
 10:00-11:30 h. REALIZACIÓN DE LA PRUEBA
 11:30-12:00 h. DESCANSO
 12:00-13:00 h. CONFERENCIA: **Clara Isabel Grima, "Matemáticas, ¿para qué os quiero?"**, Catedrática de Matemática Aplicada de la US, y reconocida divulgadora
 13:00-13:30h ENTREGA DE DIPLOMAS Y CLAUSURA

CALENDARIO 2015-2016 DE SESIONES PREPARATORIAS PARA LAS FASES LOCAL Y ESTATAL DE LAS OLIMPIADAS DE LA REAL SOCIEDAD MATEMÁTICA ESPAÑOLA (RSME):

1ª Métodos de Resolución de problemas, 17 de octubre
 2ª Geometría (1), 24 de octubre
 3ª Combinatoria (1), 7 de noviembre
 4ª Aritmética, 21 de noviembre
 5ª Ecuaciones diofánticas, 28 de noviembre
 6ª Ecuaciones funcionales y fracciones continuas, 12 de diciembre
 7ª Combinatoria (y 2), 19 de diciembre
 8ª Geometría (y 2), 9 de enero

Lugar: todas se desarrollarán en el Aulario IV de la UAL, de 10:00 a 12:00h

ORGANIZA:

Grupo Docente para la preparación de las Olimpiadas de la RSME SAEM Thales.
<http://www.ual.es/eventos/OMERSMEALMERIA/>

COLABORADORES:




Los problemas propuestos y las soluciones

La duración de la prueba es de 90 minutos y no está permitido el uso de calculadora ni regla. Contesta sólo aquellas preguntas que creas estar seguro de la respuesta, pues contestar a todas es bastante difícil. Es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla equivocadamente.

Cada pregunta correcta te dará 5 puntos
Cada pregunta que dejes en blanco te aportará 1 punto
Cada pregunta errónea 0 puntos

1. *Yo vivía en Siracusa hace más o menos 22 siglos; calculé el área de un segmento de parábola y otras muchas cosas; he probado que el área lateral del cilindro circunscrito a una esfera es igual al área de esa esfera; una cierta espiral lleva mi nombre..., pero, sobre todo, se sabe que dije: “Dadme un punto de apoyo y ...” ¿Quién soy?*
a) Euclides b) Pitágoras c) Tales d) Arquímedes e) Hipatia

Solución:

Arquímedes de Siracusa (Siracusa, ca. 287 a. C.-Siracusa (Sicilia), ca. 212 a. C.) fue un físico, ingeniero, inventor, astrónomo y matemático griego. Aunque se conocen pocos detalles de su vida, es considerado uno de los científicos más importantes de la Antigüedad. Entre sus avances en física se encuentran sus fundamentos en hidrostática, estática y la explicación del principio de la palanca. Es reconocido por haber diseñado innovadoras máquinas, incluyendo armas de asedio y el tornillo de Arquímedes. Experimentos modernos han probado las afirmaciones de que Arquímedes llegó a diseñar máquinas capaces de sacar barcos enemigos del agua o prenderles fuego utilizando una serie de espejos. Debido a la potencia que conseguía obtener con estas, capaces de levantar grandes pesos con esfuerzo relativamente pequeño, aseguró: “Dadme un punto de apoyo y moveré el mundo”. Se considera que Arquímedes fue uno de los matemáticos más grandes de la antigüedad y, en general, de toda la historia. Usó el método exhaustivo para calcular el área bajo el arco de una parábola con el sumatorio de una serie infinita, y dio una aproximación extremadamente precisa del número pi. También definió la espiral que lleva su nombre, fórmulas para los volúmenes de las superficies de revolución y un ingenioso sistema para expresar números muy largos. Arquímedes murió durante el sitio de Siracusa (214-212 a. C.), cuando

fue asesinado por un soldado romano, a pesar de que existían órdenes de que no se le hiciese ningún daño. Las últimas palabras atribuidas a Arquímedes fueron “No molestes mis círculos”, en referencia a los círculos en el dibujo matemático que supuestamente estaba estudiando cuando lo interrumpió el soldado romano. [Tomado de wikipedia].

La respuesta es d) Arquímedes.

2. Si: $2 + 3 = 10$, $8 + 4 = 96$, $7 + 2 = 63$, $6 + 5 = 66$, entonces $9 + 5$ es:
a) 10 b) 14 c) 126 d) 136 e) Ninguna de las anteriores

Solución:

Para resolver este tipo de problema, buscamos un patrón en las operaciones. Observemos:

- $2 + 3 = 10$: $(2) \cdot (2 + 3) = 2 \cdot 5 = 10$,
- $8 + 4 = 96$: $(8) \cdot (8 + 4) = 8 \cdot 12 = 96$,
- $7 + 2 = 63$: $(7) \cdot (7 + 2) = 7 \cdot 9 = 63$,
- $6 + 5 = 66$: $(6) \cdot (6 + 5) = 6 \cdot 11 = 66$.

El patrón consiste en multiplicar el primer número de la “suma” por la suma real de ambos números, como se ha podido observar arriba. Aplicamos este patrón al caso $9 + 5$ y obtenemos que:

$$(9) \cdot (9 + 5) = 9 \cdot 14 = 126.$$

La respuesta es c) 126.

3. El resultado de $98561^2 + 98569^2 - 2 \cdot 98565^2$ es:
a) 32 b) 82 c) 100 d) 2 e) 98562

Solución:

La operación se puede expresar como:

$$(98565 - 4)^2 + (98565 + 4)^2 - 2 \cdot 98565^2.$$

Desarrollando la expresión:

$$(98565^2 - 2 \cdot 4 \cdot 98565 + 4^2) + (98565^2 + 2 \cdot 4 \cdot 98565 + 4^2) - 2 \cdot 98565^2,$$