

Índice general

Introducción	1
1. Preliminares	3
1.1. Conjuntos	3
1.2. Aplicaciones	6
1.2.1. Tipos de funciones	7
1.2.2. Propiedades conjuntistas de las funciones	8
1.3. Conjuntos numerables	10
2. Espacios métricos	13
2.1. Espacios métricos	13
2.1.1. Continuidad	17
2.1.2. Conceptos métricos	18
2.1.3. Sucesiones en espacios métricos	18
2.2. Topología en espacios métricos	21
2.3. Algunos teoremas sobre espacios métricos completos	34
2.3.1. Teorema del punto fijo de Banach	34
2.3.2. Completación de un espacio métrico	35
2.3.3. Teorema de encaje de Cantor	41
2.3.4. Teorema de Baire	42
3. Espacios topológicos	43
3.1. Cómo definir una topología	43
3.1.1. Topología	43
3.1.2. Familia de cerrados	45

3.1.3.	Sistema fundamental de entornos	46
3.1.4.	Bases de entornos	48
3.1.5.	Base de topología (base de abiertos)	49
3.2.	Conceptos topológicos	50
3.2.1.	Interior, clausura, frontera y acumulación	50
3.2.2.	Sucesiones	56
3.2.3.	Caracterización local de la continuidad	57
3.2.4.	Caracterización global de la continuidad	58
3.3.	Bases	59
3.3.1.	Bases de entornos	59
3.3.2.	Base de abiertos	59
3.3.3.	Construcción de bases	60
3.3.4.	Caracterizaciones usando bases de entornos	61
3.3.5.	Relación entre separable, ANI y ANII	65
3.4.	Topología inducida en un subespacio	67
3.5.	Aplicaciones	71
3.5.1.	Recopilación de propiedades de aplicaciones continuas	73
3.6.	Axiomas de separación	76
3.7.	Topología producto	78
4.	Compacidad	87
4.1.	Definición y primeros ejemplos	87
4.1.1.	Subespacios y producto	90
4.2.	Caracterización en espacios topológicos	94
4.3.	Caracterización en espacios euclídeos	97
4.4.	Caracterización en espacios métricos	98
4.5.	Compacidad y aplicaciones	102
4.6.	Localmente compacto	103
4.7.	Compactación por un punto	106
5.	Conexión	111
5.1.	Conexo	111
5.2.	Arcoconexo	116

5.3. Componentes conexas 119
5.4. Conexión local 122

Bibliografía **125**